

数学

③ 式の利用

(1) 因数分解公式の利用

因数分解を利用して、次の計算をなさい。

$$30^2 - 20^2 = (\text{①})$$

$$27^2 - 23^2 = (\text{③})$$

$$42^2 - 32^2 = (\text{②})$$

$$46^2 - 36^2 = (\text{④})$$

$$66^2 - 34^2 = (\text{⑤})$$

問題	解答	問題	解答
①	500	④	820
②	740	⑤	3200
③	200		

(2) 乗法公式の利用

式の展開を利用して、次の計算をなさい。

$$41^2 = (\text{①})$$

$$397^2 = (\text{⑨})$$

$$52^2 = (\text{②})$$

$$536^2 = (\text{⑩})$$

$$73^2 = (\text{③})$$

$$21 \times 19 = (\text{⑪})$$

$$102^2 = (\text{④})$$

$$29 \times 31 = (\text{⑫})$$

$$204^2 = (\text{⑤})$$

$$65 \times 75 = (\text{⑬})$$

$$59^2 = (\text{⑥})$$

$$97 \times 103 = (\text{⑭})$$

$$98^2 = (\text{⑦})$$

$$19.6 \times 20.4 = (\text{⑮})$$

$$86^2 = (\textcircled{8})$$

問題	解答	問題	解答
①	1681	⑨	157609
②	2704	⑩	287296
③	5329	⑪	399
④	10404	⑫	899
⑤	41616	⑬	4875
⑥	3481	⑭	9991
⑦	9604	⑮	399.84
⑧	7396		

(3) 式の値の計算

$x=54, y=46$ のとき、 $x^2 + 2xy + y^2$ の値を求めなさい。(①)

$x=12, y=-18$ のとき、 $x^2 - 2xy + y^2$ の値を求めなさい。(②)

$x=22, y=14$ のとき、 $x^2 + 4xy + y^2$ の値を求めなさい。(③)

$x=35$ のとき、 $(x-1)(2x+3) - (x+1)(2x-3)$ の値を求めなさい。(④)

$x=52$ のとき、 $(6x^2y - 18xy + 12xy^2) \div 3xy + 2(3-2y)$ の値を求めなさい。(⑤)

$x=14, y=3$ のとき、 $(3x+2y)^2 - 3x(3x+4y)$ の値を求めなさい。(⑥)

$x=-24$ のとき、 $(7+x)(7-x) - (3+x)(1-x)$ の値を求めなさい。(⑦)

$x=-4, y=-5$ のとき、 $(x+y)(x+9y) - (x+3y)^2$ の値を求めなさい。(⑧)

がっこのおとも

中学生 問題集

$x=12.5$ 、 $y=0.5$ のとき、 $x^2 - 10xy + 25y^2$ の値を求めなさい。(⑨)

$x=\frac{3}{5}$ のとき、 $(x+4)^2 - x(x+3)$ の値を求めなさい。(⑩)

問題	解答	問題	解答
①	10000	⑥	36
②	900	⑦	-2
③	2500	⑧	80
④	70	⑨	100
⑤	104	⑩	19

(4) 証明

奇数と奇数の積は奇数であることを証明しなさい。(①)

2つの奇数を $2n+1$ 、 $2m+1$ とすると、
 その積は $(2n+1)(2m+1)$
 $=4mn+2m+2n+1$
 $=2(2mn+m+n)+1$
 $2mn+m+n$ は整数なので
 $2(2mn+m+n)+1$ は奇数となる。

連続する2つの奇数の積に1を加えた数は、4の倍数になることを証明しなさい。(②)

連続する2つの奇数は、 $2n+1$ 、 $2n+3$ と表せる。
 この2数の積に1を加えた数は、
 $=(2n+1)(2n+3)+1$
 $=4n^2 + 8n + 4 = 4(n^2 + 2n + 1)$
 $n^2 + 2n + 1$ は整数なので $4(n^2 + 2n + 1)$ は4の倍数となる。

がっこのおとも

中学生 問題集

奇数の平方から 1 を引いた数は 4 の倍数であることを証明しなさい。(③)

奇数は、 $2n-1$ と表せる。
奇数の平方から 1 を引いた数は $(2n-1)^2-1$
 $=4n^2 - 4n + 1 - 1$
 $=4n^2 - 4n = 4(n^2 - n)$
 $n^2 - n$ は整数なので $4(n^2 - n)$ は 4 の倍数となる。

連続する 3 つの整数がある。その中の最大の整数と最小の整数の積は、真ん中の整数の平方よりも 1 小さい数と等しくなることを証明しなさい。(④)

連続する 3 つの整数は、 $n-1$ 、 n 、 $n+1$ と表せる。
最大の整数と最小の整数の積は $(n-1)(n+1) = n^2 - 1$
真ん中の整数の平方よりも 1 小さい数は $n^2 - 1$
なので、最大の整数と最小の整数の積は、真ん中の整数の平方よりも 1 小さい数と等しくなる。

連続する 3 つの整数がある。それぞれの数の平方の和から 5 を引いた数は、最大の整数と最小の整数の積の 3 倍に等しくなることを証明しなさい。(⑤)

連続する 3 つの整数は、 n 、 $n+1$ 、 $n+2$ と表せる。
それぞれの数の平方の和から 5 を引いた数は $n^2 + (n+1)^2 + (n+2)^2 - 5 = 3n^2 + 6n$
最大の整数と最小の整数の積の 3 倍の数は $n + (n+2) \times 3 = 3n^2 + 6n$
なので、3 つの整数のそれぞれの数の平方の和から 5 を引いた数は、最大の整数と最小の整数の積の 3 倍に等しくなる。

連続する 3 つの整数がある。最小の整数と真ん中の整数の積に真ん中の整数の 2 倍を加えると、真ん中の整数と最大の整数の積に等しくなることを証明しなさい。(⑥)

連続する 3 つの整数は、 $n-1$ 、 n 、 $n+1$ と表せる。
最小の整数と真ん中の整数の積に真ん中の整数の 2 倍を加えた数は
 $(n-1)n + 2n = n^2 + n = n(n+1)$
真ん中の整数と最大の整数の積は $n(n+1)$
なので、最小の整数と真ん中の整数の積に真ん中の整数の 2 倍を加えた数は、真ん中の整数と最大の整数の積に等しくなる。

連続する 3 つの整数がある。それぞれの数の平方の和から 5 を引いた数は、最大の整数と最小の整数の積の 3 倍の数と等しくなることを証明しなさい。(⑦)

連続する 3 つの整数は、 n 、 $n+1$ 、 $n+2$ と表せる。

それぞれの数の平方の和から 5 を引いた数は

$$n^2 + (n + 1)^2 + (n + 2)^2 - 5 = 3n^2 + 6n$$

最大の整数と最小の整数の積の 3 倍の数は $n(n + 2) \times 3 = 3n^2 + 6n$

なので、それぞれの数の平方の和から 5 を引いた数は、最大の整数と最小の整数の積の 3 倍の数に等しくなる。